FONCTIONS AFFINES

Définition : Une fonction affine f est une fonction telle qu'il existe deux nombres a et b quelconques vérifiant : $f(x) = a \times x + b$

Remarques :

- La fonction linéaire $x \longmapsto a \times x$ est la fonction linéaire associée à la fonction affine $x \longmapsto a \times x + b$
- Lorsque $b = 0$, on retrouve une fonction linéaire *(ainsi une fonction linéaire est une fonction affine particulière).*
- Lorsque $a = 0$, on obtient une fonction affine qui à tout x fait correspondre un nombre constant b. On l'appelle fonction constante.

Exercice : Soit f la fonction affine définie par $f : x \longmapsto 2 \times x + 3$.
Déterminer les images de 5, puis de -3 par la fonction f.
Quel est l'antécédent de 33 par la fonction f.

- Dans cet exercice, on a : $f(x)$ = …………………………
  Par conséquent, on trouve $f(5)$ = …………………… et $f(3)$ = ……………………

Bilan : L'image du nombre 5 par la fonction f est égal à …………………
L'image du nombre 3 par la fonction f est égal à …………………

- On cherche le nombre x qui a pour image 33 par la fonction f (Autrement dit, on cherche x tel que …………………………)
  Cela conduit donc à la résolution d'une équation : ………………………………
  On trouve que x = …………

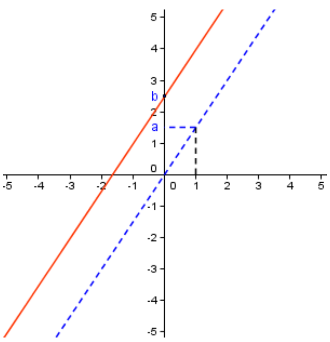
Bilan : Le nombre ayant pour image 33 par la fonction f est égal à ………………………

Représentation graphique

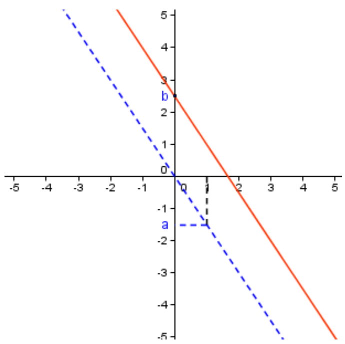
Propriété : Soit f la fonction affine définie par $f : x \longmapsto a \times x + b$
Dans un repère, la représentation graphique de la fonction linéaire f est la droite :
- ✓ Parallèle à la droite représentant sa fonction linéaire associée
- ➢ Passant par le point de coordonnées $(0 ; b)$.

Définition : On dit que cette droite a pour équation $y = a \times x + b$
- a étant le coefficient directeur de la droite *(Il indique la direction de la droite)*
- b étant l'ordonnée à l'origine *(C'est la valeur de l'ordonnée quand l'abscisse est celle de l'origine, c'est-à-dire quand l'abscisse est nulle)*

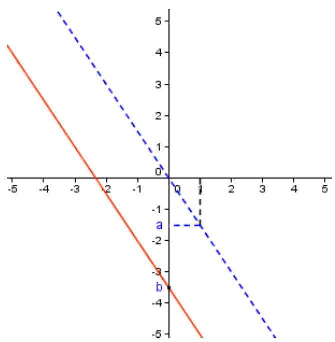
Dans les repères ci-dessous, on a représenté les droites d'équations $y = ax + b$ en traits continus et d'équations $y = ax$ en pointillés pour les divers cas envisageables :



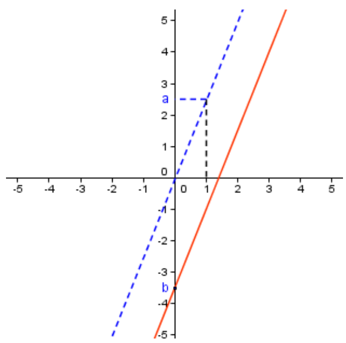
a positif
b positif



a négatif
b positif



a négatif
b négatif



a positif
b négatif

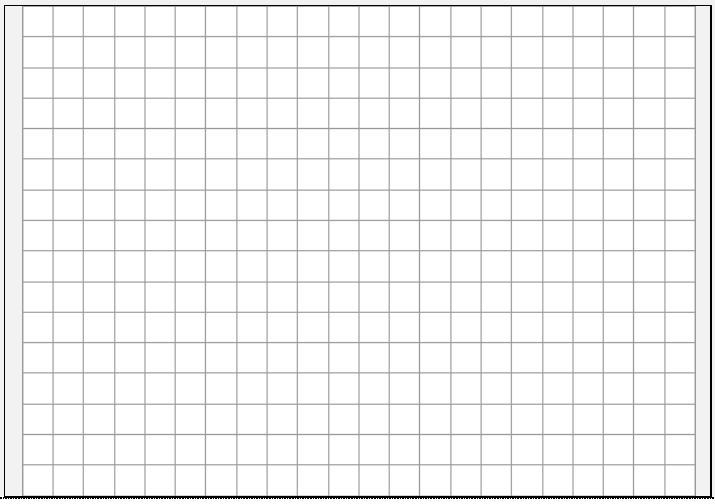
Propriété : Réciproquement, toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation de la forme $y = a \times x + b$, et représente donc une fonction affine.

Exercice :

Soit f et g deux fonctions affines respectivement définies par :

- $f(x) = -3x + \frac{1}{2}$
- $g(1) = 7$ et $g(-2) = 3$

Représenter dans un même repère fonctions linéaires f et g.
(Vous utiliserez le papier quadrillé ci-contre)



Propriété : Une fonction affine peut se déterminer par la donnée de deux nombres et de leurs images.

Exercice : Déterminer la fonction affine g telle que $g(1) = 2{,}5$ et $g(-2) = -6{,}5$ par résolution d'un système.

Comme g est une fonction affine, alors ....
....

- On sait, d'après l'énoncé, que $g(1) = 2{,}5$
  Mais, on peut aussi écrire que $g(1) =$ ....

Ce qui nous conduit à une première équation du 1er degré à deux inconnues : ....

- On sait aussi, d'après l'énoncé, que $g(-2) = -6{,}5$
- Mais, on peut aussi écrire que $g(-2) =$ ....

Ce qui nous conduit à une deuxième équation du 1er degré à deux inconnues : ....

Il reste alors à chercher les solutions du système suivant :

....
....

....
....
....
....

Bilan : La fonction affine g vérifiant $g(1) = 2{,}5$ et $g(-2) = -6{,}5$ est définie par

$g(x) =$ ....

Propriété : Pour une fonction affine, on admet qu'il y a proportionnalité entre les accroissements de x et les accroissements de $f(x)$.
Plus particulièrement, si $A(x_A ; f(x_A))$ et $B(x_B ; f(x_B))$ sont deux points de la représentation graphique d'une fonction affine, alors le coefficient directeur a de cette droite est donné par :

$$a = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A}$$

Exercice : Déterminer la fonction affine g telle que $g\ (1)\ =\ 2{,}5$ et $g\ (-2)\ =\ -6{,}5$ en utilisant la proportionnalité des accroissements.

- Détermination du coefficient directeur a de la droite représentant la fonction affine g

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

- Détermination de l'ordonnée à l'origine b :

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

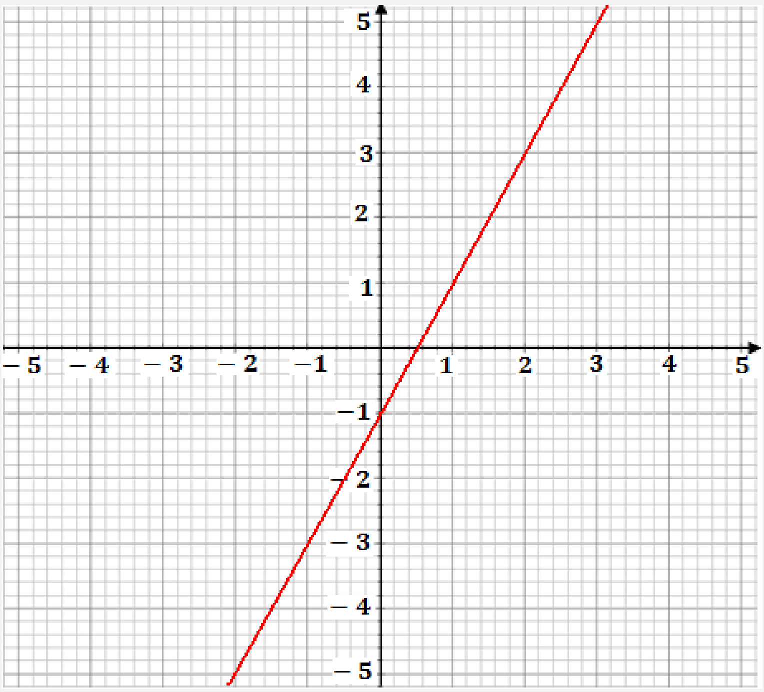
Bilan : La fonction affine g vérifiant $g\ (1)\ =\ 2{,}5$ et $g\ (-2)\ =\ -6{,}5$ est donnée par :

$g(x) =$ …………………

Exercice : Voici la représentation graphique d'une fonction affine f

Lire sur cette représentation graphique :

- Le coefficient directeur de la droite : ……….
- L'ordonnée à l'origine : ……….



- Dans ce même repère, tracer la représentation graphique de la fonction affine g définie par $g(x)\ =\ 1{,}5x - 0{,}5$; puis celle de la fonction affine h vérifiant $h(4) = 2$ et $h(-2) = -3$

- L'image de 1 par la fonction g est : ……….

Vérification par le calcul : ……………………………………………………………………

- Le nombre ayant pour image 3 par la fonction g est : ……….

Vérification par le calcul : ……………………………………………………………………